5. Zadatak POLI 100 bodova

I za kraj malo matematike. Linearnu jednadžbu ste do sada naučili rješavati. Sve linearne jednadžbe mogu se svesti na oblik ***ax* + *b* = 0** gdje su ***a*** i ***b*** cijeli brojevi. Rješenje te jednadžbe je racionalan broj koji uvršten u jednadžbu dovodi do jednakosti.

Npr. rješenje jednadžbe $3x - 5 = 0$ je $\frac{5}{3}$ jer je $3 \cdot \frac{5}{3} - 5 = 0$

Za kvadratne jednadžbe (ili jednadžbe drugog stupnja) ste (nadam se) čuli, ali ih sve niste naučili rješavati. Kvadratne jednadžbe su jednadžbe oblika $\boldsymbol{ax^2 + bx + c = 0}$, gdje su ***a***, ***b***, ***c*** cijeli brojevi i zovu se koeficijenti kvadratne jednadžbe. Rješenje kvadratne jednadžbe je broj koji uvršten u nju daje jednakost.

Napomena: $x^2 = x \cdot x$

Npr. u jednadžbi $x^2 - x - 6 = 0$ koeficijenti su 1, -1 i 6, a rješenja su dva:
Prvo rješenje je 3, jer je $3^2 - 3 - 6 = 9 - 3 - 6 = 0$
Drugo rješenje je -2, jer je $(-2)^2 - (-2) - 6 = 4 + 2 - 6 = 0$

Naravno postoje i jednadžbe u kojima se nepoznanice pojavljuju i s višim potencijama. Tako je kubna jednadžba (ili jednadžba trećeg stupnja) oblika $\boldsymbol{ax^3 + bx^2 + cx + d = 0}$, jednadžba 4. stupnja je jednadžba oblika $\boldsymbol{ax^4 + bx^3 + cx^2 + dx + e = 0}$ ***itd.. .*** (nap: $x^4 = x \cdot x \cdot x \cdot x$) Sve ovakve jednadžbe općenito se zovu **algebarske jednadžbe *n*-tog stupnja**. Traženje rješenja ovakvih jednadžbi je poprilično zahtjevan posao. Ipak postoji algoritam kojim se u svakoj jednadžbi s cjelobrojnim koeficijentima relativno brzo nađe racionalno rješenje ako ono postoji.

Racionalan broj $\frac{p}{q}$ je rješenje jednadžbe ako je p djelitelj zadnjeg koeficijenta u jednadžbi, a g djelitelj prvog koeficijenta u jednadžbi.

Primjer: Odredimo rješenja jednadžbe $2x^2 + 9x - 5 = 0$ na ovaj način:

Djelitelji zadnjeg koeficijenta (a to je -5) su : 1, -1, 5 -5 ....p
Djelitelji prvog koeficijenta su 1, -1, 2 -2 ....q

Prema tome moguća rješenja su $\frac{p}{q} = 1, -1, \frac{1}{2}, -\frac{1}{2}, 5, -5, \frac{5}{2}, -\frac{5}{2}$

Sad računamo:

$2 \cdot 1^2 + 9 \cdot 1 - 5 = 2 + 9 - 5 = 11 - 5 = 6 \neq 0$ pa 1 **nije rješenje** te jednadžbe.
$2 \cdot (-1)^2 + 9 \cdot (-1) - 5 = 2 - 9 - 5 = -7 - 5 = -12 \neq 0$ pa -1 **nije rješenje** te jednadžbe.

$2\cdot\left(\frac{1}{2}\right)^2+9\cdot\frac{1}{2}-5=\frac{1}{2}+\frac{9}{2}-5=5-5=0$ pa je $\frac{1}{2}$ **rješenje** te jednadžbe.

$2\cdot\left(-\frac{1}{2}\right)^2+9\cdot\left(-\frac{1}{2}\right)-5=\frac{1}{2}-\frac{9}{2}-5=-4-5=-9$ pa $-\frac{1}{2}$ **nije rješenje** te jednadžbe.

$2\cdot(-5)^2+9\cdot(-5)-5=50-45-5=5-5=0$ pa je **-5 rješenje** te jednadžbe.

...

Napomena: Svaka algebarska jednadžba *n*-tog stupnja ima **najviše *n*** racionalnih rješenja.

Vaš je zadatak napisati program POLI :l koji je iz liste u kojoj je zadana jednadžba svojim koeficijentima (a to su cijeli brojevi) naći racionalna rješenja te jednadžbe.

Jednadžba iz primjera $2x^2 + 9x - 5 = 0$ zadana je listom [2 9 -5].
Jednadžba $-6x^2 + 15 = 0$ zadana je listom [-6 0 15] jer je koeficijent uz x (koji se ne piše) jednak 0. Sve jednadžbe u listi će biti zadane tako da se u listi nalaze svi koeficijenti jednadžbe počevši od koeficijenta uz nepoznanicu s najvećim eksponentom.

POLI [1 2] .... jednadžba $x + 2 = 0$
-2

POLI [2 1] .... jednadžba $2x + 1 = 0$
-0.5

POLI [3 -5]
1.66666666666667

POLI [2 9 -5]
0.5 6

POLI [1 -1 6]
3 -2

POLI [1 0 -1] .... jednadžba $x^2 - 1 = 0$
1 -1

POLI [1 -6 11 -6]
1 2 3

POLI [2 -3 -1 -2]
2

POLI [2 -1 10 -5]
0.5

POLI [1 0 0 0 -1]................jednadžba $x^4 - 1 = 0$
1 -1

U ispisu nije bitno kojim se redom ispisuju rješenja.